

Elektrotechnik – 8. Schaltvorgänge

Luft- und Raumfahrttechnik Bachelor, 1. Semester

David Straub

8. Schaltvorgänge

1. Grundidee: Energiespeicher und Stetigkeit
2. Schalten von Kapazitäten (RC-Kreis)
3. Schalten von Induktivitäten (RL-Kreis)
4. Das allgemeine Lösungsrezept

Motivation: Zwischen den Welten

Bisher haben wir zwei „eingeschwungene“ Zustände betrachtet:

- **Gleichstrom** (Kapitel 3–5): alles konstant
- **Wechselstrom** (Kapitel 6–7): alles sinusförmig

Was passiert dazwischen – im Moment des Schaltens?

- Kamerablitz: Kondensator lädt sekundenlang, entlädt in Millisekunden
- Zündspule im Auto: Abschalten einer Spule erzeugt den Zündfunken
- Abschaltfunke an Schaltern und Relais (gleich verstehen Sie, warum!)

Grundidee: Energiespeicher können nicht springen

C und L speichern Energie – und Energie kann sich nicht sprunghaft ändern:

Element	Energie	Stetige Größe	Folge
Kondensator	$W = \frac{1}{2}Cu_C^2$	Spannung u_C	i_C darf springen
Spule	$W = \frac{1}{2}Li_L^2$	Strom i_L	u_L darf springen

Merksatz: Kondensatorspannung und Spulenstrom sind **stetig** – sie behalten im Schaltmoment ihren Wert.

Der Übergang zum neuen Zustand erfolgt **exponentiell** mit der Zeitkonstante τ .

Einschalten: Aufladen eines Kondensators

Quelle U_0 , Widerstand R , Kondensator C ; Schalter schließt bei $t = 0$, Kondensator ungeladen.

Maschengleichung für $t > 0$:

$$U_0 = u_R + u_C = RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C$$

Lösung dieser Differentialgleichung (Herleitung → Tafel):

$$u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}), \quad i_C(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/\tau}, \quad \tau = R \cdot C$$

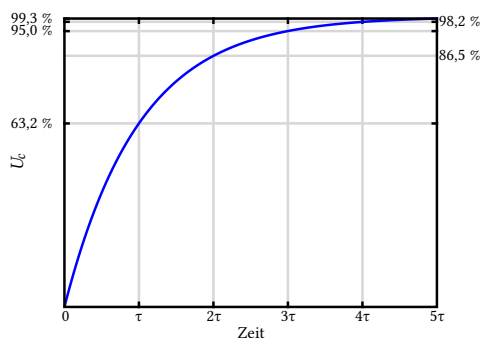
- u_C startet stetig bei 0 und strebt gegen U_0
- i_C **springt** auf $\frac{U_0}{R}$ (ungeladener Kondensator wirkt anfangs wie ein Kurzschluss!) und klingt auf 0 ab

Die Zeitkonstante τ

$$\tau = R \cdot C \quad ([\tau] = \Omega \cdot F = s)$$

- Anfangstangente trifft den Endwert genau bei $t = \tau$
- Nach $t = \tau$: 63 % des Endwerts erreicht
- Nach $t = 3\tau$: 95 % – nach $t = 5\tau$: über 99 % → **praktisch abgeschlossen**

Ablesen/Skizzieren in der Klausur: Anfangswert, Endwert, Tangente durch τ !



Ausschalten: Entladen eines Kondensators

Kondensator (geladen auf U_0) wird bei $t = 0$ über R kurzgeschlossen:

$$0 = u_R + u_C \quad \Rightarrow \quad u_C(t) = U_0 \cdot e^{-t/\tau}, \quad i_C(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

- u_C startet stetig bei U_0 , klingt auf 0 ab

- Strom fließt **rückwärts** (negativ): der Kondensator gibt seine Energie ab
- Gleiche Zeitkonstante $\tau = RC$ — aber Achtung: beim Auf- und Entladen über **verschiedene Widerstände** ergeben sich verschiedene τ !



Jetzt sind Sie dran: Kondensator (zu zweit)

Aufgabe 24

- Ein Kondensator $C = 0,1 \mu\text{F}$ wird über $R = 5 \Omega$ entladen. Nach welcher Zeit t_x ist die Spannung auf 10 % des Anfangswerts gesunken? (Tipp: nach t_x auflösen — Logarithmus!)
- Der Datenspeicher eines Taschenrechners (ersatzweise: Lastwiderstand $R = 2,2 \text{ M}\Omega$) soll beim Batteriewechsel aus einem Kondensator gespeist werden. Batteriespannung $U_B = 3 \text{ V}$; die Spannung darf in $t_W = 30 \text{ s}$ nicht unter $U_{\min} = 0,8 \text{ V}$ sinken. Dimensionieren Sie C .

Einschalten einer Spule

Quelle U_0 , Widerstand R , Spule L ; Schalter schließt bei $t = 0$:

$$U_0 = u_R + u_L = R \cdot i_L + L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

$$\boxed{i_L(t) = \frac{U_0}{R} \cdot (1 - e^{-t/\tau}), \quad u_L(t) = U_0 \cdot e^{-t/\tau}, \quad \tau = \frac{L}{R}}$$

- i_L startet stetig bei 0 und strebt gegen $\frac{U_0}{R}$ (Spule wirkt am Ende wie ein Kurzschluss — vgl. $\omega \rightarrow 0$ in Kapitel 6!)
- u_L springt auf U_0 und klingt auf 0 ab

Spiegelbild zum Kondensator: Rollen von u und i vertauscht.

Ausschalten einer Spule

Stromdurchflossene Spule ($i_L = \frac{U_0}{R_S}$) wird bei $t = 0$ auf einen Widerstand R geschaltet:

$$i_L(t) = i_L(0) \cdot e^{-t/\tau}, \quad u_L(t) = -R \cdot i_L(0) \cdot e^{-t/\tau}, \quad \tau = \frac{L}{R}$$

⚡ Die entscheidende Konsequenz: Der Spulenstrom *muss* stetig weiterfließen — die Spule erzwingt ihn mit jeder nötigen Spannung:

$$|u_L(0)| = R \cdot i_L(0)$$

Großes R (oder offener Schalter, $R \rightarrow \infty$) $\rightarrow$ **Überspannung**, Lichtbogen am Schaltkontakt!

Praxis: Zündspule nutzt den Effekt; Freilaufdiode schützt Transistoren davor.

Das allgemeine Lösungsrezept

Jede Schaltung mit einem Energiespeicher (ein C oder ein L) führt auf:

$$x(t) = x_{\infty} + (x_0 - x_{\infty}) \cdot e^{-t/\tau}$$

Schritt	Wie?
Anfangswert x_0	Stetigkeit: u_C bzw. i_L aus dem Zustand vor dem Schalten
Endwert x_{∞}	Gleichstrombild: C = Unterbrechung, L = Kurzschluss
Zeitkonstante τ	$\tau = R_{\text{ers}}C$ bzw. $\tau = L/R_{\text{ers}} - R_{\text{ers}}$ von den Klemmen des Speichers aus gesehen (Quellen deaktiviert)

Damit lassen sich alle Verläufe **ohne Differentialgleichung** hinschreiben und skizzieren.



Jetzt sind Sie dran: Spule abschalten (zu zweit)

Aufgabe 25

Eine Spule $L = 250 \text{ mH}$ mit Wicklungswiderstand $R_S = 5 \Omega$ liegt an einer idealen Spannungsquelle $U_0 = 100 \text{ V}$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird sie von der Quelle getrennt und auf einen Entladewiderstand $R = 50 \Omega$ geschaltet.

- Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild (vor und nach dem Schalten).
- Wie groß ist die in der Spule gespeicherte magnetische Energie W_m ?
- Berechnen Sie die maximal auftretende induzierte Spannung U_{max} . (*Überrascht vom Ergebnis? Vergleichen Sie mit U_0 !*)
- Skizzieren Sie Strom- und Spannungsverlauf an der Spule (Anfangswert, Endwert, τ).

Zusammenfassung: Schaltvorgänge

	Kondensator (RC)	Spule (RL)
Stetige Größe	u_C	i_L
Zeitkonstante	$\tau = RC$	$\tau = L/R$
Einschalten	$u_C = U_0(1 - e^{-t/\tau})$	$i_L = \frac{U_0}{R}(1 - e^{-t/\tau})$
Ausschalten	$u_C = U_0 e^{-t/\tau}$	$i_L = i_L(0) e^{-t/\tau}$
Verhalten $t \rightarrow \infty$	Unterbrechung	Kurzschluss
Gefahr	Einschaltstromstoß	Abschalt-Überspannung

Universalformel: $x(t) = x_{\infty} + (x_0 - x_{\infty}) \cdot e^{-t/\tau}$ – nach 5τ ist alles vorbei.